

## EXAMEN TERMINAL de compléments de mécanique quantique EMSUA1B1

Session du 24 06 2022

Durée : 1h30 - Tous documents interdits

### 1. Questions de cours

- Exprimer la relation dite *de fermeture* à l'aide de l'opérateur de projection ; à quoi sert-elle ?
- Démontrer le terme de phase temporelle dans la solution  $\Psi$  de l'équation de Schrödinger à une variable d'espace  $x$ .
- Démontrer la condition de stationnarité d'un électron sur une orbite classique circulaire d'un atome d'Hydrogène à l'aide de sa longueur associée ; retrouver et exprimer l'hypothèse ad-hoc formulée par Bohr dans son modèle semi-empirique.
- Exprimer les commutateurs  $[J_i, J_j]$  en base cartésienne, avec  $\mathbf{J}$  vecteur moment cinétique total.
- Démontrer l'expression vectorielle qui relie moment magnétique et moment cinétique orbitaux.
- Décrire succinctement l'expérience de Stern et Gerlach.
- Rappeler la correction en énergie à l'ordre 1 pour un système dans un état stationnaire, non dégénéré et qui subit une perturbation  $W$ .

### 2 Exercice : atome d'Hydrogène

Nous donnerons une description quantique du système proton + électron, constituants de l'atome d'hydrogène.

- Définir ce qu'est :
  - Une probabilité de présence,
  - La probabilité élémentaire de présence  $dP$ ,
  - La probabilité de présence  $dP$  dans un volume  $\delta V$  fini (densité de probabilité).
- Donner l'expression de la probabilité élémentaire de présence radiale  $dP_r$  d'un électron dans l'état fondamental de configuration  $1s$ .
- En déduire la distance  $r_p$  la plus probable.
- Calculer la probabilité pour que l'électron soit à une distance comprise entre  $0,9 r_p$  et  $1,1 r_p$ .
- Tracer la courbe représentant  $P(r)$ , probabilité de trouver l'électron à une distance inférieure à  $r$ .
- Calculer la valeur moyenne  $\langle r \rangle$ .

On donne  $R_{10}(r) = \frac{2}{\sqrt{a_0^3}} e^{-r/a_0}$  ;  $Y_0^0(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$  ;  $\int_0^\infty x^n e^{-bx} dx = \frac{n!}{b^{n+1}}$ .